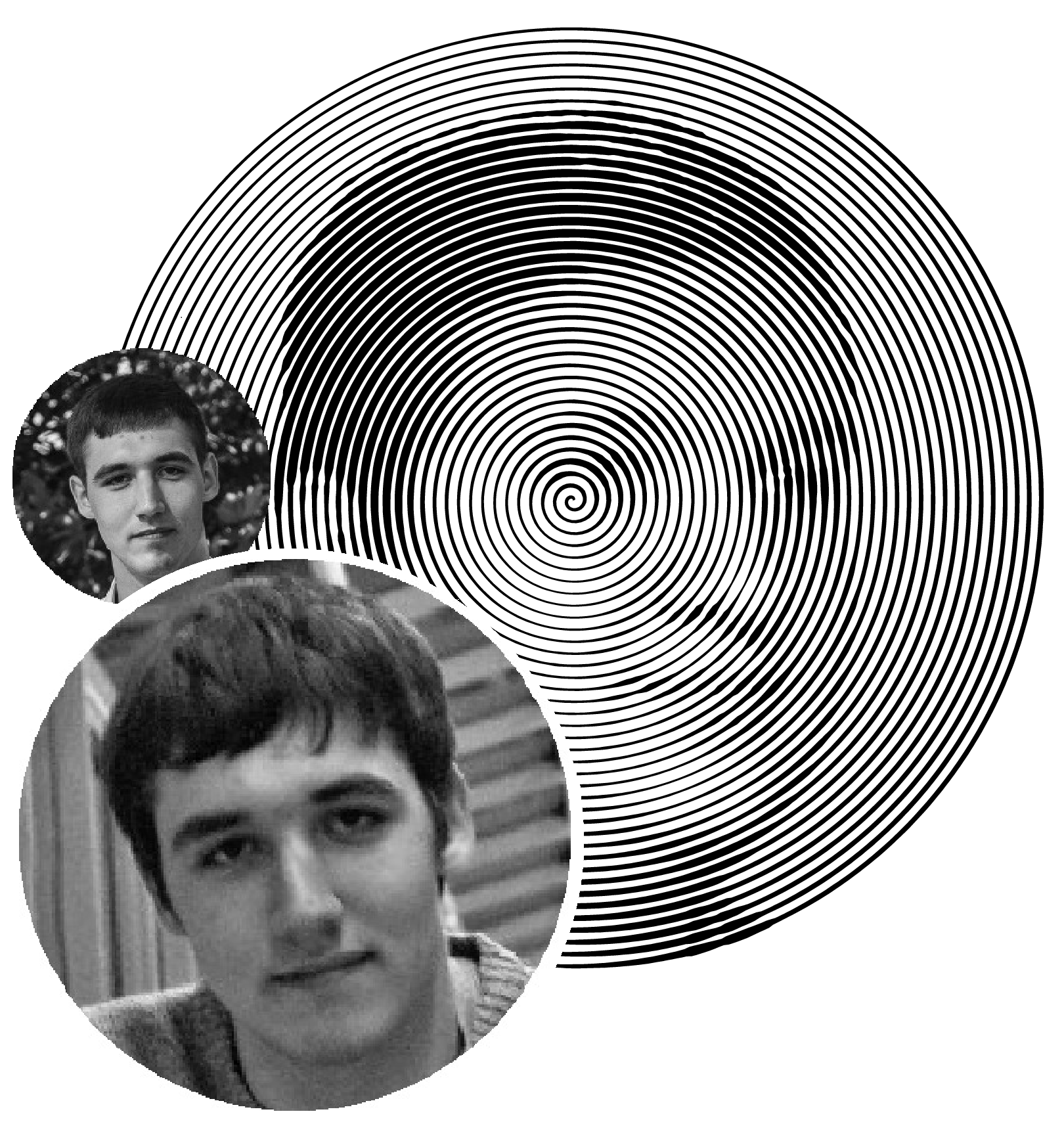
**Н.Р. Кудлай  
За редакцией А.А.Акимова**

**Конспект по материалу  
“Аналитическая геометрия”**

**Лекция №5**

****

**Санкт-Петербург**

**2021**

МинистР образования и науки P3111

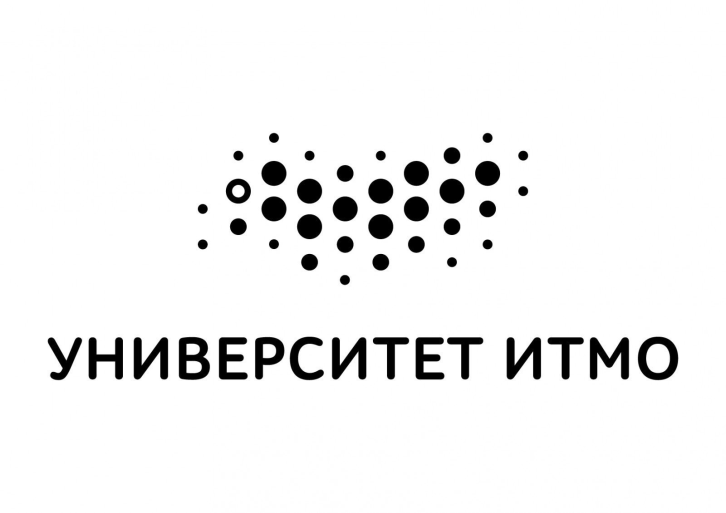
НАЦИОНАЛЬНЫЙ   
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ   
“ИНСТИТУТ ТЕПЛЫХ МУЖСКИХ ОТНОШЕНИЙ”

**Н.Р. Кудлай**

**За редакцией А.А.Акимова**

**Конспект по материалу  
“Аналитическая геометрия”**

**Лекция №5**



**Санкт-Петербург**

**2021**

***Линии второго порядка***

Каждую ***линию второго порядка*** можно задать общим уравнением и

*Такое уравнение задает три вида линий:* ***парабола****,* ***эллипс*** и ***гипербола***.

***Эллипс***

1. ***Эллипс*** *–* это множество точек на плоскости, сумма расстояний от которых до двух данных точек, называемыми ***фокусом*** постоянная, причем большая, чем расстояние между фокусами.

Пусть – фокусы => *.* Если , то – расстояния от фокусов до точки – это ***фокальные радиусы***. или =>

Для вывода уравнения эллипса введем такую систему координат, что фокусы находятся на =>

***a*** *–* большая полуось, ***b*** *–* малая полуось, ***с*** *–* полурасстояние между фокусами

– это ***каноническое уравнение эллипса***.

Точки пересечения эллипса и осей называют ***вершинами эллипса***.  
 – ***Эксцентриситет*** эллипса.

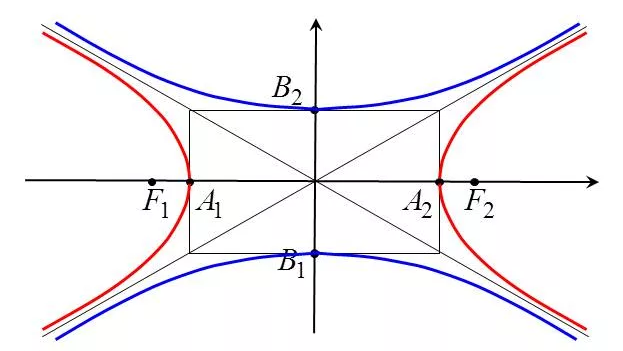
,   
Исходя из значения эксценриситета можно поняти какой вид имеет гипербола:   
При малых значениях: эллипс близок к окружности  
При больших: эллипс сплющен

***Парабола***

2) ***Гипербола*** *–* это множество точек на плоскости, разность расстояний от которых до двух данных точек, называемыми ***фокусом*** постоянная, причем большая, чем расстояние между фокусами.

,

*–* ***каноническое уравнение прямой***  
,

Точки гиперболы стремятся к прямым, называемым ***ассимптотами гиперболы***, которые имеют формулу

Оси симметрии гиперболы называются ***осями гиперболы***, а точка их пересечения, которая совпадает с точкой пересечения ассимптот – ***центр гиперболы***.  
 ***Вершины гиперболы*** – точки пересечения осей и гиперболы (их всего 2 – на оси *Ox*: ).   
Параметр ***а*** *–* ***действительная полуось гиперболы*** (расстояние от центра гиперболы до вершина).   
Расстояние от центра гиперболы до ***мнимых вершин гиперболы*** () называется ***мнимой полуосью гиперболы*** и обозначается как ***b***.  
Прямоугольник со сторонома *2a* и *2b* является ***основным прямоугольником гиперболы***.

Уравнение – уравнение гиперболы, ***сопряженной*** по отношению к гиперболы с уравнением

Если , то гипербола ***равносторонняя*** =>

***Эксцентриситетом*** гиперболы называют . Для гиперболы

***Геометрическое истолкование эксцентриситета***: чем он меньше, тем основной прямоугольник более вытянут вдоль действительной оси.

***Директрисы эллипса и гиперболы***

Две прямые, перпендикулярные большой оси эллипса и рассположенные симметрично относительно центра на расстоянии – ***директрисы*** эллипса.

Это прямые с уравнениями   
Для эллипса Прямые рассположены вне эллипса

Две прямые, перпендикулярные действительной оси гиперболы и рассположенные симметрично относительно центра на расстоянии – ***директрисы*** гиперболы.

Это прямые с уравнениями   
Для эллипса Прямые рассположены между ветвями гиперболы

***r*** *–* расстояние от произвольной точки множества до какого-нибудь фокуса  
***d*** *–* расстояние от этой точки до соответствующей этому фокусу директрисе

***Парабола***

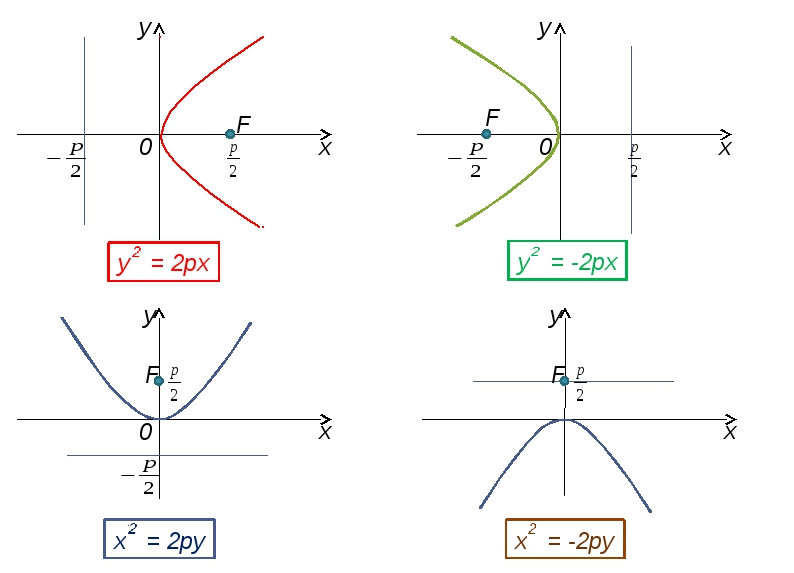
***Парабола*** *–* множество точек, каждая из которых находится на одинаковом расстоянии от фокуса и от директрисы

***r*** *–* расстояние от произвольной точки парабола до какого-нибудь фокуса  
***d*** *–* расстояние от этой точке до соответствующей этому фокусу директрисе

***p*** *–* расстояние от фокуса до дирректрисы. Это ***параметр параболы***.

Для параоблы:

***Уравнение параболы***:

***Каноническое уравнение прямой***: => 

***O –* вершина**параболы, ось *Ox* – ***ось симметрии*** параболы  
Параметр *p* характреизует “ширину” параболы (***геометрический смысл параметра р***)

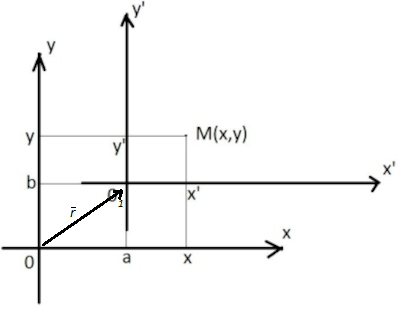
***Общее уравнение линии второго порядка***

Общее уравнение линии воторого порядка имеет вид

Переход от одной системы координат в какую-либо другую называют ***преобразованием системы координат***. Параллельным переносом и последующим поворотом осей координат можно привести уравнение к виду , где – новые коэффициенты, а – координаты в новой системе.

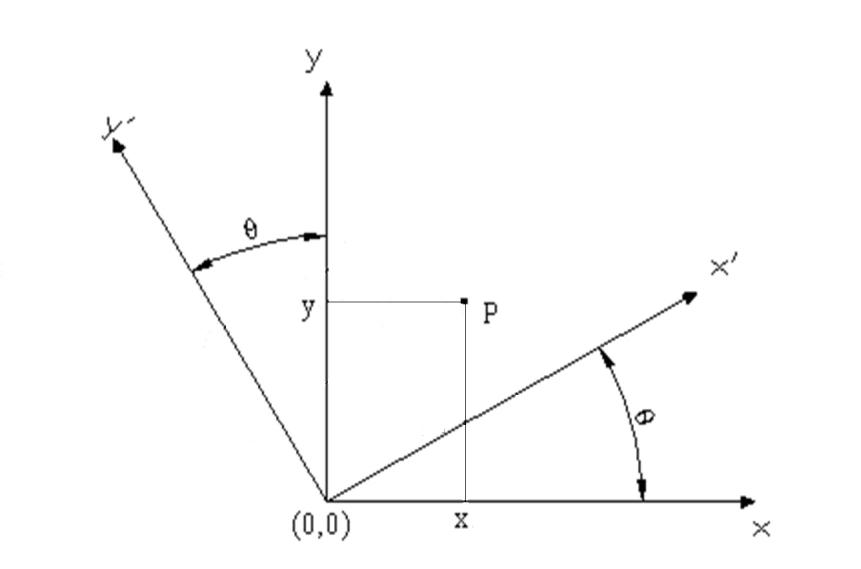
***Параллельным переносом***осей координат называют параллельное смещение осей координат.

- центр новой системы координат, а с координатами

**

***Поворотом осей координат*** называют поворот осей координат на углол .

Точка в новой системе координат будет иметь следующие координаты:

(*x, y*) – координаты в старой системе  
() – координаты в новой системе

***Классификация линий второго порядка***

***Инвариантом*** общего уравнения второго порядка называют

Значением инварианты определяется ***тип линий***:

1. Эллиптический,
2. Гиперболический,
3. Параболический,

***Эллиптический тип***

. Возможны три различных случая:

1. - это *эллипс*
2. – для такого уравнения не существует действительных решений. Это уравнение ***мнимого эллипса***.
3. . для такого уравнения подходит только точка *O(0,0)* – это ***уравнение пары мнимых пересекающихся прямых***.

***Гиперболический тип***

1. –***гипербола***
2. – ***пара пересекающихся прямых***

***Параболический тип***

. Система координат с осями получена путем поворота осей координат.

1. – ***парабола***
2. – ***парабола параллельных прямых***
3. – уравнение ***пары мнимых параллельных прямых***
4. – ***уравнение пары совпадающих прямых***

***Все формулы классификаций линий 2 порядка***

1. – эллипс
2. – мнимый эллипс
3. – пара мнимых пересекающихся прямых
4. – гипербола
5. – пара пересекающихся прямых
6. – парабола
7. – пара параллельных прямых
8. – пара мнимых параллельных прямых
9. – пара совпадающих прямых